БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет КСиС

Специальность ПОИТ

Лабораторная работа №2

по дисциплине «Методы оптимизации»

на тему «Линейная оптимизация»

Вариант 19

Выполнил: Сидоренко И. Д.

группа 051005

Минск 2022

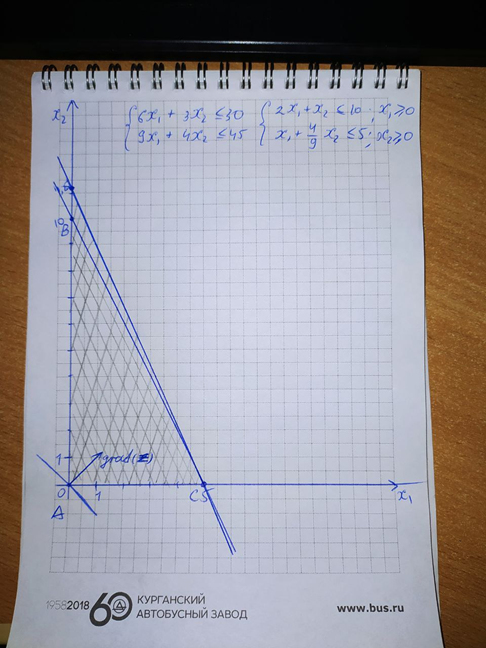
**Задание 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n = 2; (количество моделей машин) | | | | | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| Пj (сами машины), j=1..n | | | | |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| П1 = A | | |  |  |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| П2 = B | | |  |  |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| m (общее число ресурсов) | | | | | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| bi (выделенные средства), i=1..m | | | | | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| xj (затраты на размещение и закупку машин), j=1..n | | | | | | | | | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| Буду искать такой план закупки и размещения машин, который обеспечит Z максимальную прибыль | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  | |
| cj (прибыль от закупки и размещения единицы каждой машины) | | | | | | | | | | | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| Z = c1\*x1 + c2\*x2 -> max | | | | | | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| Необходимый объём ресурсов для закупки и размещения всех машин <= имеющиеся ресурсы | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Z = 8\*x1 + 5\*x2 -> max  xj>=0; j = 1..2 | | | | |  | | | j=1..2 | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| 6\*x1 + 3\*x2 <= 30 | | | | |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| 9\*x1 + 4\*x2 <= 45 | | | | |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
|  | | |  |  |  | | |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| 2)   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Коэф. целевой функции | 8 | 5 | ->max |  | |  | | Переменные | x1 (>=0) | x2 (>=0) | знак неравенства | bi | |  | | y1 | 6 | 3 | <= | 30 |  | | y2 | 9 | 4 | <= | 45 |  | |  |  | | | |  |  | |  | | | | | |  | |  | |  | |  | |
| Двойственная задача имеет вид :  f(y) = 30\*y1 + 45\*y2 -> min | | | | | | | | | | | | | | |
| 6\*y1 + 9\*y2 >= 8 | | | | | | | | | | |  |  |  |  |
| 3\*y1 + 4\*y2 >= 5 | | | | | | | | | | |  |  |  |  |

где f ( y) – целевая функция, которая определяет суммарную оценку ресурсов, неравенства системы показывают, что оценка ресурсов, затрачиваемых на производство единицы соответствующей продукции не меньше, чем прибыль от выпуска единицы этой продукции, кроме того, переменные i y , i = 1,2 не могут быть выражены отрицательными числами.

3) решение задачи

a)



Z(x)max = 8\*0 + 5\*10 = 50

f(y)min = 8\*0 + 5\*0 = 0

b)

Ограничения в каноническом виде:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 6\*x1 + 3\*x2 + x3 = 30 | | |
| 9\*x1 + 4\*x2 + x4 = 45 | | |
| x3, x4 - это базисные переменные | | | | |  |  |  |  |
| b - это вектор значений базисных переменных | | | | | |  |  |  |
| Начальная симплекс-таблица: | | | | |  |  |
| С | 8 | 5 | | 0 | 0 | 0 |
| базис | x1 | x2 | | x3 | x4 | b |
| x3 | 6 | 3 | | 1 | 0 | 30 |
| x4 | 9 | 4 | | 0 | 1 | 45 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Итерация 0 | С | 8 | 5 | 0 | 0 | 0 | Симплексные отношения |
| базис | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  |
| x3 | 6 | 3 | 1 | 0 | 30 | 5 |
| x4 | 9 | 4 | 0 | 1 | 45 | 5 |
| Δ | -8 | -5 | 0 | 0 | 0 |  |

Расчет дельт:

Δ1 = C3·a11 + C4·a21 - C1 = 0·6 + 0·9 - 8 = -8  
Δ2 = C3·a12 + C4·a22 - C2 = 0·3 + 0·4 - 5 = -5  
Δ3 = C3·a13 + C4·a23 - C3 = 0·1 + 0·0 - 0 = 0  
Δ4 = C3·a14 + C4·a24 - C4 = 0·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C3·b1 + C4·b2 - C5 = 0·30 + 0·45 - 0 = 0

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Итерация 1 | С | 8 | 5 | 0 | 0 | 0 |  |
| базис | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  |
| x3 | 1 | 1/2 | 1/6 | 0 | 5 | 10 |
| x4 | 0 | - 1/2 | -3/2 | 1 | 0 | - |
| Δ | 0 | -1 | 4/3 | 0 | 40 |  |

Расчет дельт:

Δ1 = C1·a11 + C4·a21 - C1 = 8·1 + 0·0 - 8 = 0  
Δ2 = C1·a12 + C4·a22 - C2 = 8·1/2 + 0·(- 1/2) - 5 = -1  
Δ3 = C1·a13 + C4·a23 - C3 = 8·1/6+ 0·(- 3/2) - 0 = 4/3  
Δ4 = C1·a14 + C4·a24 - C4 = 8·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C1·b1 + C4·b2 - C5 = 8·5 + 0·0 - 0 = 40

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Итерация 2 | С | 8 | 5 | 0 | 0 | 0 |  |
| базис | x1 | x2 | x3 | x4 | b |  |
| x3 | 2 | 1 | 1/3 | 0 | 10 | 10 |
| x4 | 1 | 0 | -4/3 | 1 | 5 | - |
| Δ | 2 | 0 | 5/3 | 0 | **50** |  |

Расчет дельт:

Δ1 = C2·a11 + C4·a21 - C1 = 5·2 + 0·1 - 8 = 2  
Δ2 = C2·a12 + C4·a22 - C2 = 5·1 + 0·0 - 5 = 0  
Δ3 = C2·a13 + C4·a23 - C3 = 5·1/3+ 0·(- 4/3) - 0 = 5/3  
Δ4 = C2·a14 + C4·a24 - C4 = 5·0 + 0·1 - 0 = 0  
Δb = C2·b1 + C4·b2 - C5 = 5·10 + 0·5 - 0 = 50

Так как в строке оценок (дельт) нет отрицательных значений, то данный план является оптимальным.

Текущий план: x = [0, 10, 0, 5]

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x1=0; | x2=10; |  |
| Z(x) = 8\*0 + 5\*10 = 50 -> max | | |

с)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменные | | | | | | |
| имя | х1 | х2 |  |  |  |  |
| знач | 0,00 | 10,00 |  |  |  |  |
| коэф. | 8,00 | 5,00 |  | 50,00 | значение целевой функции | |
| ограничения | | | | | | |
| вид |  |  |  | левая часть | знак | правая часть |
| стоимость | 6,00 | 3,00 |  | 30,00 | <= | 30,00 |
| площадь | 9,00 | 4,00 |  | 40,00 | <= | 45,00 |
|  |  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Переменные | | | | | | |
| имя | y1 | y2 |  |  |  |  |
| знач | 2,67 | 0,00 |  |  |  |  |
| коэф. | 30,00 | 45,00 |  | 80,00 | значение целевой функции | |
| ограничения | | | | | | |
| вид |  |  |  | левая часть | знак | правая часть |
| стоимость | 6,00 | 9,00 |  | 16,00 | >= | 5,00 |
| площадь | 3,00 | 4,00 |  | 8,00 | >= | 8,00 |

4) Анализ оптимального решения

a) Продукция A и продукция B вошли в оптимальный план

б) Наиболее дефицитным является первый ресурс (y1) (y1 = 5/3 > y2 = 0). Менее дефицитным является второй ресурс. Избыточным ресурсом является второй ресурс (y2), т.к. 9\*0 + 4\*10 = 40 < 45, 45-40 = 5 -> сл. ресурс израсходован не полностью, резерв ресурса равен 5 у.е.

в) Оптимальное решение двойственной задачи : Z(y)=30\*(5/3) + 45\*0 = 58.(3)